

## Frequenzmodulation:

Bei der Frequenzmodulation (FM) wird im Gegensatz zur AM nicht die Amplitude, sondern die Augenblicksfrequenz eines hochfrequenten Trägersignals verändert.

FM ist weniger stör anfällig, da sich Amplitudenstörungen im Übertragungskanal kaum auswirken. Die benötigte Bandbreite ist bei FM aber beträchtlich größer als bei AM.

### Herleitung

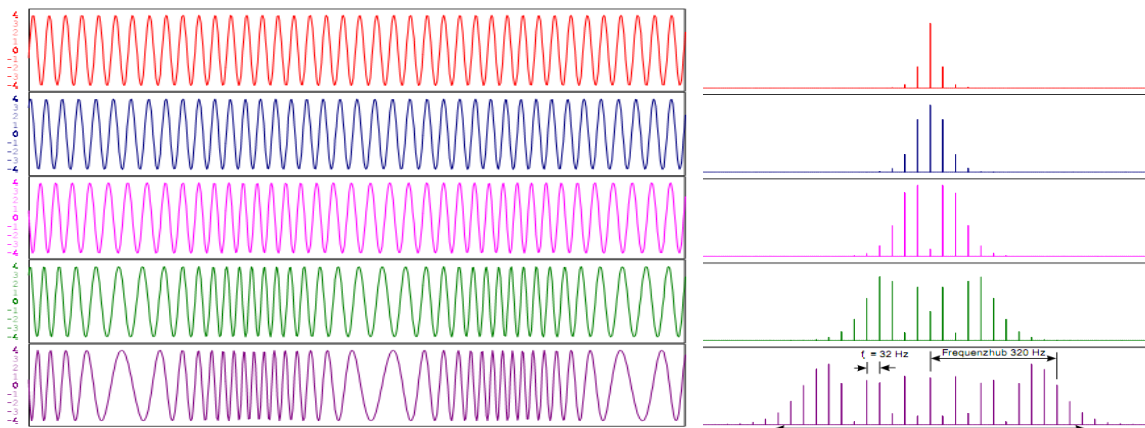
Man erhält ein frequenzmoduliertes Signal (FM), wenn man die Frequenz, beziehungsweise ein phasenmoduliertes Signal (PM) wenn man die Phase einer hochfrequenten Trägerschwingung  $u_{HF}(t) = \hat{u}_{HF} \cos \Omega t$  in Abhängigkeit eines niederfrequenten Nutzsignales  $u_{NF}(t) = \hat{u}_{NF} \cos \omega t$  ändert.

$$u_{FM}(t) = \hat{u}_{HF} * \cos(\Omega + \alpha \hat{u}_{NF} \cos \omega t) t \quad \text{mit } \alpha = \text{Modulatorkonstante [s}^{-1}/\text{V]}$$

$$u_{FM}(t) = \hat{u}_{HF} * \cos(\Omega + \Delta \Omega \cos \omega t) t \quad \text{mit } \Delta \Omega = \alpha \hat{u}_{NF} = \text{Frequenzhub}$$

Als Frequenzhub  $\Delta \Omega = \alpha \hat{u}_{NF}$  bezeichnet man die (konstante) maximale Abweichung von der Trägerschwingung.

Als Modulationsindex  $\eta = \Delta \Omega / \omega$  bezeichnet man den Frequenzhub bezogen auf die Modulationsfrequenz. Ein großer Modulationsindex bedeutet große Änderungen in der Trägerfrequenz möglich, daher gut demodulierbar, aber auch einen großen Bandbreitenbedarf.



Sinusmoduliertes FM – Signal mit steigendem Modulationsindex im Zeit/Frequenzbereich

### Berechnung des Spektrums:

$$u_{FM}(t) = \hat{u}_{HF} * \cos(\varphi) = \hat{u}_{HF} * \cos(\Omega + \Delta \Omega \cos \omega t)$$

Da sich die Kreisfrequenz dauernd ändert, ist die Formel  $\varphi = \omega t$  nicht gültig.

Man muss statt dessen alle Augenblicksfrequenzen mit einem Stück  $\Delta t$  multiplizieren und summieren. Das entspricht einer Integralfunktion:

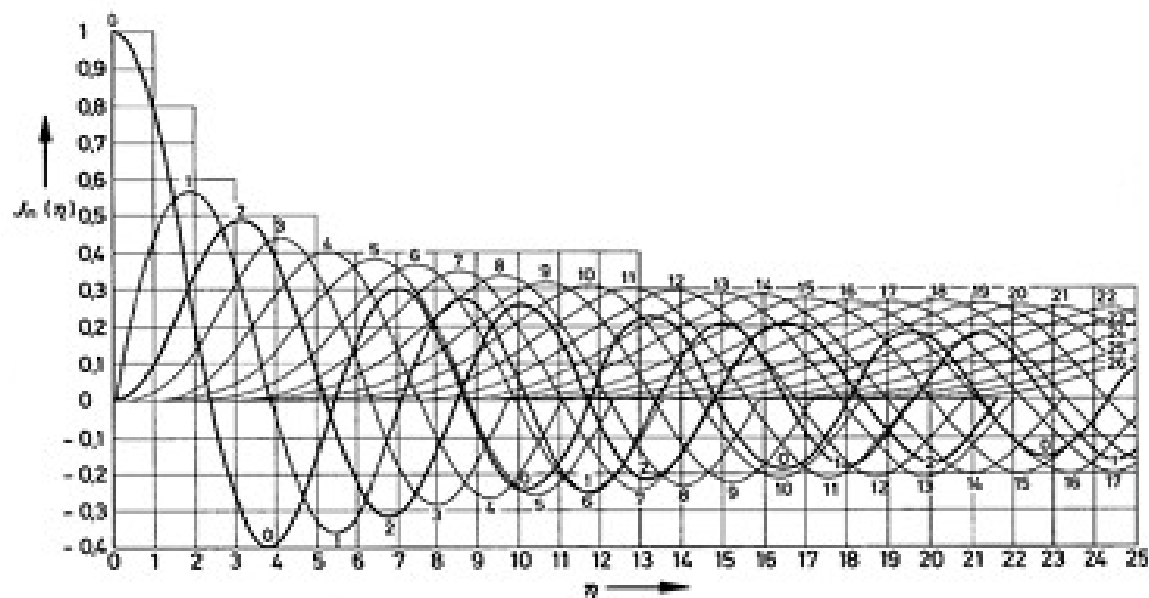
$$\varphi = \int \Omega(t) dt = \int (\Omega + \Delta \Omega \cos \omega t) dt = \Omega t + \Delta \Omega / \omega \sin \omega t = \Omega t + \eta \sin \omega t$$

$$u_{FM}(t) = \hat{u}_{HF} * \cos(\Omega t + \eta \sin \omega t)$$

Die erhaltene mathematischen Funktion ist mit einfachen Winkelbeziehungen nicht zu lösen. Durch Fourierreihenentwicklung erhält man eine unendliche mathematische Reihe die Besselfunktionen  $J_n(\eta)$  enthält.

Fourierreihenentwicklung der Gleichung gibt:

$$u_{FM}(t) = \hat{u}_{HF} \sum J_n(\eta) \cos(\Omega + n \cdot \omega) t$$



Besselfunktionen in Abhängigkeit von  $\eta$

Das FM - Spektrum besitzt theoretisch unendlich viele Seitenfrequenzen unter- und oberhalb der Trägerschwingung. Da die Amplituden der Seitenschwingungen rasch abnehmen, kann die Bandbreite begrenzt werden. Werden Amplituden kleiner 10% der Trägerschwingung vernachlässigt, haben  $\eta+1$  Seitenschwingungen einen nennenswerten Anteil. Die Bandbreite kann mittels Carsonformel einfach berechnet werden:  $B_{FM} = 2B_{NF}(\eta+1)$ .

Für  $\eta \leq 1$  spricht man von Schmalband - FM, sie hat die gleiche Bandbreite wie AM.

Beispiel: Ein FM- Rundfunksignal mit einer Bandbreite von 15 kHz wird mit einem 100MHz-Träger und einem Frequenzhub von 75 kHz übertragen.

$$\eta = \Delta\Omega/\omega = \Delta F/f = 75\text{kHz}/15\text{kHz} = 5$$

6 nennenswerte Oberschwingungen liegen oberhalb des Trägers, 6 darunter.

$$\text{Die untere Grenzfrequenz } f_u = 100\text{MHz} - 6 \cdot 15\text{kHz} = 100\text{MHz} - 90\text{kHz} = 99,91\text{MHz}$$

$$\text{Die obere Grenzfrequenz } f_o = 100\text{MHz} + 6 \cdot 15\text{kHz} = 100\text{MHz} + 90\text{kHz} = 100,09\text{MHz}$$

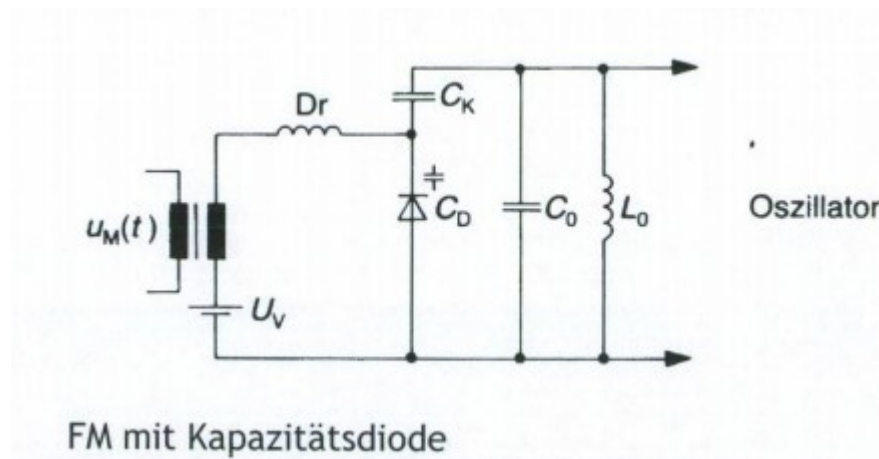
$$\text{Bandbreite: } f_o - f_u = 180 \text{ kHz}$$

$$\text{Bandbreite mit Carson-Formel: } B_{FM} = 2B_{NF}(\eta+1) = 2 \cdot 15\text{kHz} \cdot 6 = 180\text{kHz}.$$

**Modulator:**

Als Modulator wird ein spannungsgesteuerter Oszillator VCO (Voltage – Controlled Oscillator) verwendet. Dies kann beispielsweise durch einen Schwingkreis mit Kapazitätsdiode realisiert werden.

Kapazitätsdioden besitzen die Eigenschaft, ihre Kapazität in Abhängigkeit von der angelegten Spannung geringfügig zu verändern. Diese Eigenschaft wird bei hochfrequenten analogen VCOs ausgenutzt. Eine parallel zu einem LC-Schwingkreis liegende Kapazitätsdiode wird mit einer Wechselspannung angesteuert, wodurch sich die Dioden-Kapazität im Rhythmus des Quellensignals ändert. Dadurch ändert sich geringfügig auch die Resonanzfrequenz/Eigenfrequenz des Schwingkreises.

**Demodulator:**

Eine einfache Möglichkeit der Demodulation ist die Überführung in ein AM – Signal. Über den veränderbaren Kondensator wird die Resonanzfrequenz eingestellt. Diese muss größer, als die größte Signalfrequenz sein. Entsprechend der Abbildung ergibt eine unmodulierte Trägerschwingung die Spannung  $U_0$ , Abweichungen vergrößern bzw. verkleinern die Ausgangsspannung. Die Information muss anschließend aus dem AM – Signal über einen Hüllkurvendemodulator zurückgewonnen werden.

